

Temporalidad y Consciencia: Lógica

Andrés Villaveces
Universidad Nacional de Colombia - Bogotá

2018

Enfre ·I· alquimista e el foch fo gran qüestió, car lo alquimista dix que artificialment pot horn simplificar los elaments, e depurar e depertir la ·I· elament del altre, stant quescun elament simple, per si mateix, cors simple, compost tan solament de una forma e de una matèria simple ab accidents simples. Molt se meravellà lo foch de la folla oppinió del alquimista (...) per açò es impossible que ·I· elament pusque ésser sens altre; car si ·I· elament podia esser sens l'altre, porie ésser l'aer humit per si mateix ... Libre de meravelles, vol. II, XXXVI - Ramon Llull

1. Fenomenología, realidad, invariancia

Una manera de describir la fenomenología* puede ser dada como “el estudio de aquello que permanece *invariante* bajo cambio de *modo de realidad*”. No es la definición más usual, tal vez, pero captura un punto muy esencial. Si pasamos de nuestro estado de vigilia a algún estado onírico, o a alguna simulación de la realidad o a alguna ilusión, podemos decir que estamos cambiando de **modo de realidad**. Ciertas experiencias podrán no ser invariantes bajo un cambio de modo de realidad (por ejemplo, ilusiones que no se mantengan en la vigilia) pero otras, por el contrario, lo serán. Por ejemplo, si percibimos en el sueño (o en la semi-vigilia de alguna demostración matemática en el momento de su concepción, o en estado de ebriedad) que un libro es azul, la experiencia de la percepción del ser azul y en particular su anclaje en lo espacial es invariante bajo cambio de modo

*Debo parte importante de este enfoque a conversaciones privadas con Mark Ettinger.

de realidad. No es posible concebir el ser azul sin alguna forma de espacialidad. Esa dependencia de la espacialidad es invariante bajo el modo de realidad.

Ahora, la fenomenología va más allá: no se contenta con capturar esos entes invariantes bajo cambio de modo de realidad, sino que intenta ver *cómo* están anclados en alguna otra categoría. Por ejemplo, por más que lo intentemos (en vigilia, en sueño, en ebriedad, en matemática), no podemos despegar el “azul” de cierta espacialidad. No hay azul no extendido en el espacio. El ser azul, sea en vigilia el azul de algún libro o en sueños el de algún unicornio, parece estar *anclado* de manera irremisible en el concepto de espacialidad. Así la mancha azul que vemos sea pequeñísima, aún ocupa siempre algún tipo de espacio.

Esa *dependencia* del azul con respecto a la espacialidad es un ejemplo, acaso muy inmediato y primitivo, de lo que Husserl llamó *Fundierung* (“estar basado, o fundamentado, en...”). El *Fundierung* es uno de los puntos más importantes y primordiales de lo que podríamos llamar fenomenología fundamental.

Podemos señalar muchos otros ejemplos de relaciones de dependencia esenciales a nuestra consciencia que de alguna manera participan de esa versión del *Fundierung* de Husserl. Rota señala [3], por ejemplo, la relación entre la *función* de la reina de corazones (en póker, en bridge) y la carta física. Es un tipo de *Fundierung* posiblemente distinto del del azul con respecto a la espacialidad. El otro ejemplo (originalmente de Wittgenstein [7], re TRABAJADO por Rota) es la lectura. Los movimientos de los ojos, las activaciones neuronales que suceden cuando leemos, el desglose de las palabras letra por letra, el comprender cada palabra individualmente, etc. claramente **no son suficientes** para “determinar inequívocamente que una persona *está leyendo*.” La *función* de la lectura en este caso tiene relación de *Fundierung* con el *proceso* de leer (el evento que tiene lugar en el espacio y el tiempo, armado a partir de microeventos que se siguen en el tiempo).

La *gran pregunta* latente desde tiempos de Husserl, reformulada por Rota [7] en términos ligeramente más modernos, es la siguiente:

¿qué lógica gobierna la relación de *Fundierung*?

Trataré de explicar un poco más la pregunta, usando una analogía con la revolución que significó hace dos milenios y medio el Cálculo Proposicional*.

*La analogía, para nosotros los lógicos matemáticos muy “obvia” y básica, pero siempre muy poderosa, con el Cálculo Proposicional, ha sido usada muchas veces por muchos autores (entre ellos, muy *avant la lettre*, Charles Saunders Peirce, como lo han hecho claro y desarrollado Fernando Zalamea y Arnold Oostra en varios de sus trabajos). En este caso es útil.

En efecto, en algún momento se hizo evidente que lo esencial de ciertas frases tipo “si todo A es B y todo B es C entonces todo A es C” no depende del contenido de A o de B o de C sino que siempre vale, por razones estructurales. Este hecho, que hoy en día está interiorizado desde edades muy tiernas*, constituyó una auténtica *revolución* en su momento. El resto de la historia iniciada ahí es bien conocido y ha sido ampliamente estudiado, y desemboca en la inmensa lógica matemática contemporánea.

Pero se requirió un paso inicial muy radical en el sentido de *no tomar como algo dado*, como algo obvio, el “mundo” para lograr hace milenios ese primer paso en el sentido de develar el carácter *estructural* de ese tipo de enunciados. De manera análoga pero infinitamente más compleja, Husserl nos ha lanzado a los lógicos matemáticos y a los filósofos el problema de construir, de definir, de armar la versión matemática de la lógica trascendente.

La respuesta a este desafío ha sido muy tenue, muy tímida, hasta ahora, sobre todo desde el punto de vista de la matemática. Algunos autores [4] han querido ver la teoría de modelos de Tarski como la respuesta matemática a la lógica trascendente de Husserl. Aunque hay razones para ver la relación de satisfacción \models tarskiana como un inicio de respuesta, se trata claramente de una respuesta importante pero *en el camino* a la verdadera lógica trascendente o a una lógica del Fundierung.

En lo que sigue argumento por qué la lógica de haces, la lógica de topos y finalmente el entramado llamado THK por Zalamea[9] es el inicio correcto de una respuesta matemática al problema de lograr capturar lo que sucede realmente con la lógica trascendente. También muestro en qué sentidos estamos aún lejos de una respuesta más completa a la pregunta de Husserl.

2. Consciencia del Tiempo Interno - Lógica Trascendente

Uno de los puntos de origen de la búsqueda de la Lógica Trascendente es el estudio filosófico que lleva a cabo Husserl de la consciencia del tiempo interno, el acceso y la percepción que podemos tener al paso del tiempo. Si aceptamos que el rol de la lógica sea dar un anclaje objetivo a todas nuestras percepciones (mediadas, modalizadas, filtradas) y sea el lugar donde tiene lugar la síntesis de

*O por lo menos, eso queremos creer. Basta ver el discurso periodístico predominante para concluir que ni siquiera el Cálculo Proposicional parece aún haber permeado la cultura global.

todas nuestros actos de conocimiento (“noemáticos”), es claro que la relación lógica asociada a la fundamentación, al *Fundierung*, tiene que poder dar cuenta entre otras cosas de la manera como accedemos al efecto del tiempo.

El análisis de Husserl es intensamente rico en ejemplos e ideas, que contrastan *memoria de eventos pasados* con la *intencionalidad* (la manera como se dirige nuestro pensamiento a un evento y logra efectivamente *interpolar* entre instancias visibles de tales eventos). Por ejemplo, si veo que mi mano gira puedo percibir solamente *algunos de los estados* de esta rotación (tal vez muy pocos) pero mediante la intencionalidad “interpolo” a un continuo de estados intermedios y veo UNA mano girando - no la interpreto como un objeto distinto en los distintos momentos que de ella percibo mediante la vista. Esa manera de “pegar” o sintetizar* es un elemento crucial del análisis del tiempo. Otro elemento crucial, relacionado con el anterior pero no reducible a éste es la *protención*, la “anticipación” o extrapolación acotada del movimiento o del evento temporal. (Éste es un punto mucho menos analizado matemáticamente, como comentaré más adelante.) Una versión inmediata de esta protención es que de alguna manera extendiendo en el tiempo más allá, “desbordo” el instante percibido y anticipo que la mano “seguirá estando” al menos en un futuro muy cercano. Anticipo, así sea levemente. A partir de esos dos elementos, Husserl arma un entramado de descomposición del tiempo en un *continuo* de anticipaciones e interpolaciones, de protenciones e intencionalidades, sumamente refinado e irreducible a una descripción meramente analítica.

El rol de la lógica es en últimas ser un lugar para poder anclar de manera común todas las posibles experiencias de conocimiento del mundo. Husserl construye básicamente dos niveles de lógica: lógica formal y lógica trascendental, pero la lógica formal la analiza en dos niveles a su vez. Sokolowski explica [?] estas tres lógicas como Lógica de la Consistencia, Lógica de la Verdad y finalmente Lógica de la Trascendencia. So pena de hacer una reducción extrema, de alguna manera hay ecos peirceanos muy fuertes en este análisis *a posteriori* de la lógica de Husserl: la lógica de la consistencia expresa nuestro acceso directo, inmediato, no-mediado, a las cosas percibidas; la lógica de la verdad de alguna manera se dirige al juicio lógico y crítico que podemos hacer mediante el uso de un lenguaje, y la lógica trascendente (la menos definida de todas) involucra procesos de **reflexión** y de contraste entre los dos niveles anteriores.

En realidad hay mucho más en la lógica trascendente que esta descripción en términos peirceanos; involucra la temporalidad, involucra el tener que salirse

*claramente importante para Peirce también

del lenguaje y de la objetualidad directa (de ahí el nombre “trascendental” de esa lógica), y estas notas no podrían dar cuenta de las múltiples complejidades filosóficas que nos plantea Husserl - casi como un problema matemático para las próximas décadas, reformulado por Rota.

Sin embargo, podemos decir desde ya algunos puntos importantes con respecto al problema, y dejar para futuro el completar esta descripción.

3. **THK: ¿El inicio de un cálculo lógico trascendente?**

En escritos recientes (y creo, en algunos por completar pronto), Zalamea plantea su teoría **THK**, llamada así por las iniciales emblemáticas de las palabras Topos, Haces y Kripke. Esta teoría contiene los tres niveles (o superficies interconectadas) siguientes:

- Nivel “base” **K** (Kripke): inicio de “temporalidad” (aún a un nivel mucho más primitivo que en Husserl, pero ya más complejo que en la semántica de Tarski),
- Nivel “intermedio” **H** (Haces): coherencia y pegamento - inicio del sustrato sintético en Husserl (intencionalidad),
- Nivel “superior” **T** (Topos): la emergencia de la lógica del topos - el punto en que se puede dar arranque a la lógica trascendente (etapa I).

Husserl y algunos de sus comentaristas han usado el concepto de *manifold* o multiplicidad para referirse al aspecto semántico de la lógica formal de Husserl, y para iniciar el paso a la lógica trascendental. Sokolowski propone* identificar “modelo” en el sentido de Tarski y el “manifold” husserliano. Creo que es una interpretación que va en la dirección correcta pero que está extremadamente limitada.

En efecto, la noción tarskiana de modelo es “múltiple” (manifold) cuando se filtra mediante el teorema de completitud de Gödel. Aparece la multiplicidad de modelos de una teoría, una primera variante del aspecto manifold de la semántica. En ese sentido preciso Sokolowski tiene razón. Donde veo que es limitado es en los siguientes puntos:

*en correspondencia privada con el autor de este artículo y con Mark Ettinger.

- No hay por ningún lado en los modelos tarskianos la posibilidad de incorporar nada semejante a la percepción del tiempo en el sentido refinadísimo de Husserl.
- En presencia de sistemas con compacidad hay algo análogo al pegamento en los haces (un sistema local/global, que es finalmente lo esencial en la compacidad, aunque la compacidad usual no revela el carácter eminentemente geométrico de estas interacciones), pero en la mayoría de sistemas lógicos hay versiones muy débiles de compacidad.
- Hay que incorporar la teoría de simbiosis (instanciada de maneras muy variadas, pero inspirada en la simbiosis primordial entre lógicas de órdenes arbitrariamente altos y teoría de conjuntos) de Bagaria y Väänänen [5] y la noción (debida a Väänänen [6]) de Categoricidad Interna a cualquier intento de trascendencia en el sentido husserliano. Estas dos nociones permiten hacer transiciones entre muchos tipos de lógicas distintas con la flexibilidad inmensa de la teoría de conjuntos y permiten llevar las herramientas de calibre de esta última mucho más allá de los ámbitos habituales.
- Será necesario incorporar la pléyade de ideas de Grothendieck (no solo los topos, sino aún las herramientas que han permitido entender de forma “arquetípica integral” —según la apropiada expresión de Zalamea— las obstrucciones a categoricidad dadas por las “cohomologías generalizadas” en los *motivos*) a la construcción de las lógicas trascendentes.
- Finalmente, será crucial adoptar una perspectiva muy flexible de vaivén entre Grothendieck y Shelah, entre los motivos y el forcing propio, entre la geometría y la teoría de modelos contemporánea como “ultrageometría”.

En ese sentido preciso el THK de Zalamea puede iniciar el camino hacia una matematización de la lógica trascendental de Husserl. El continuo temporal husserliano es aún mucho más complejo (en su articulación entre protención e intención) que lo que pueden dar los modelos de Kripke, los haces o los topos, pero si hay un camino hacia una matematización real de la lógica trascendental de Husserl, es claro que deberá pasar por ahí (e incorporar la simbiosis [5] y la categoricidad interna [6]).

4. Conclusión (pesimista *ma non troppo*)

La riqueza de las preguntas de Husserl sobre el anclaje trascendental del mundo no ha sido hasta ahora alcanzada por las matematizaciones de la lógica. No hay verdadera lógica matemática trascendente aún, la pregunta de Rota aún no ha sido respondida verdaderamente. Este es un aspecto pesimista de la conclusión.

Por otro lado, la riqueza de las construcciones matemáticas de Grothendieck y Shelah y sus dos escuelas paralelas (que deberán entrelazarse cada vez más) aún casi no había sido retomada/estudiada por los filósofos como objeto de su estudio... aún no lo había sido de manera radical hasta la llegada de obras como [8]. No hay muchos más análisis de carácter filosófico, *a nivel mundial* de estas construcciones en sus niveles más sofisticados y avanzados, al menos no de manera sintética global. Algunos matemáticos han iniciado ese camino relativamente recientemente ([1], [2], [10] son ejemplos). Sin embargo, hasta ahora incluso la obra de Baldwin, Harris o Zilber, esos tres grandes de la matemática, ha sido mucho más puntual en su aplicación a la filosofía que el trabajo de Zalamea.

Volviendo al punto de pesimismo, he aquí la razón del giro *ma non troppo* con que lo atenúo: en el trabajo de Zalamea en THK está ya el inicio de un camino que será muy largo, para lograr en algún momento dar respuesta a la pregunta de Rota, dar una lógica para el Fundierung.

Concluyo estas notas regresando a la invocación de nuestro gran maestro de los lógicos, Ramon Llull, cuando nos dice que *es impossible que ·I· elament pusque ésser sens altre, car si ·I· elament podia esser sens l'altre, porie ésser l'aer humit per si mateix...*, podría ser el aire húmedo *por sí mismo*. Es tan absurdo pensar en aire húmedo “por sí mismo” sin conexión con el resto como pensar en un azul no espacial. Llull está, tal vez poéticamente, aludiendo a algo que podemos hoy leer en tono de Fundierung.

Llull emprendió el camino casi en solitario (estaba sobre los hombros de Abulafia y otros sabios talmúdicos) su sistema para usar la lógica para entender problemas del mundo y de nuestra conexión con él, de las posibilidades y las imposibilidades. Nuestro lulliano Fernando Zalamea ha emprendido un camino paralelo, también muy en solitario, también lanzado a preguntas que la mayoría de sus contemporáneos no imaginan - como le sucedía a Llull. Quienes hemos tenido la inmensa fortuna de cruzar nuestros borrosos caminos por la estela abierta por Zalamea hoy somos un poco como los viajeros que debió topar Llull al cruzar su Mediterráneo de un lado a otro para llevar sus libros. Bienaventurados en el mar gigante y peligroso de una época aciaga.

Referencias

- [1] Baldwin, John, *Model Theory and the Philosophy of Mathematical Practice: Formalization without Foundationalism*. Cambridge University Press, 2018.
- [2] Harris, Michael, *Mathematics without Apologies: Portrait of a Problematic Vocation (Science Essentials)*. Princeton University Press, 2015.
- [3] Rota, GianCarlo, *Fundierung as a logical concept*, en **Indiscrete Thoughts**, ed. F. Palombi, Birkhäuser, 2009.
- [4] Smith, David Woodruff, *Husserl (The Routledge Philosophers)*. Routledge, 2013 (2nd edition).
- [5] Bagaria, Joan y Väänänen, Jouko, *On the symbiosis between model-theoretic and set-theoretic properties of large cardinals*. Journal of Symbolic Logic 81(2), 584-604 (2016).
- [6] Väänänen, Jouko, *Tracing Internal Categoricity*, to appear (2019).
- [7] Wittgenstein, Ludwig, *Investigaciones Filosóficas*. Trad. Jesús Padilla Gálvez. Ed. Trotta, 2017.
- [8] Zalamea, Fernando, *Filosofía Sintética de las Matemáticas Contemporáneas*. Bogotá: Editorial Universidad Nacional de Colombia, Colección Obra Selecta, 2009.
- [9] Zalamea, Fernando, *Discurso de Recepción como Académico Honorario*, Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales, 2018.
- [10] Cruz, Alexander; Villaveces, Andrés y Zilber, Boris, *Logical perfection in mathematics and beyond*, to appear (2019).